

## Elementarna matematika 2

### Zadaci s vježbi

Jedanaesti tjedan

**Zadatak 1.** Odredite za svaku od sljedećih krivulja drugog reda je li elipsa, hiperbola ili parabola. Ako je neka od njih elipsa, odredite je li kružnica ili ne.

(a)  $x^2 + 4xy + 3y^2 - y - 1 = 0$ .

(b)  $5x^2 - 6xy + 18y^2 - 9 = 0$ .

(c)  $y^2 + 2y + 4xy - 16x - 19 = 0$ .

(d)  $2x^2 - y^2 - 2xy - 2y + 2 = 0$ .

(e)  $x^2 + 2x - y^2 + 1 = 0$ .

**Zadatak 2.** Odredite jednadžbe tangenti kroz točku  $P = (2, 3)$  na:

(a) kružnicu  $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ ,

(b) hiperbolu  $x^2 - y^2 = 9$ .

**Zadatak 3.** Neka su  $p, q$  zadani realni brojevi, te neka su  $r, R$  zadani pozitivni realni brojevi. Odredite geometrijsko mjesto svih točaka  $P$  za koje vrijedi da se kružnica radijusa  $R$  čije središte je  $P$  siječe s kružnicom  $(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$  pod pravim kutem.

**Zadatak 4.** Dokažite da sve polare točaka pravca  $y = x$  s obzirom na kružnicu  $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 4 = 0$  prolaze istom točkom. Koja je to točka?

**Zadatak 5.** Neka su  $a, b > 0$  realni brojevi. Dokažite da se tangente iz točke  $P$  na elipsu  $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$  sijeku pod pravim kutem ako i samo ako  $P$  leži na kružnici radijusa  $\sqrt{a^2 + b^2}$  sa središtem u ishodištu.

**Zadatak 6.** Dana je hiperbola  $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$ . Dokažite da tangenta povučena na hiperbolu rasplavlja dužinu čije su rubne točke presjeci te tangente s asimptotama hiperbole.